

ĐỀ 6

Câu 1. Tổ 1 lớp 12A1 có 12 học sinh. Số cách chọn 4 học sinh của tổ 1 làm trực nhật của ngày thứ hai là:

- A. 4^{12} . B. 12^4 . **C.** C_{12}^4 . D. A_{12}^4 .

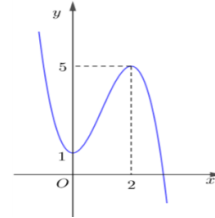
Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$, $u_6 = 8$. Tìm công sai d của cấp số cộng đó.

- A.** $d = -2$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = \frac{5}{3}$. **D.** $d = -\frac{5}{3}$.

Câu 3. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(1; 5)$ **C.** $(0; 2)$. **D.** $(5; +\infty)$.



Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

- A.** $x=0$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm.

x	$-\infty$	-1	0		2		4	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0

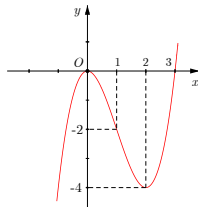
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{x-2}$ là đường thẳng:

- A.** $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-3$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình vẽ bên dưới?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = x^3 + 3x^2$. **C.** $y = x^3 + 3x$. **D.** $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 - 1$ với trục Ox là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(16a)$ bằng

- A. $(\log_4 a)^2$. B. $\frac{1}{2} + \log_4 a$. C. $2\log_4 a$. **D.** $2 + \log_4 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là:

- A.** $y' = 4^x$. **B.** $y' = 4^x \ln 4$. **C.** $y' = x4^{x-1}$. **D.** $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^4}$ bằng:

A. a^4 . **B.** $a^{\frac{4}{3}}$. C. $a^{\frac{3}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+1} = \frac{1}{3}$ là:

A. $x=1$. B. $x=2$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3 \\ x=0 \end{cases}$.

Câu 13. Phương trình $\log_2(3x+1) = -4$ có tập nghiệm là

A. $\emptyset$. **B.** $\left\{-\frac{5}{16}\right\}$. C. $\left\{\frac{17}{48}\right\}$. D. $\{5\}$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2$ là

A. $x^5 - 6x^3 + C$. B. $4x^3 - 12x + C$. **C.** $\frac{x^5}{5} - 2x^3 + C$. D. $\frac{x^5}{5} + 2x^3 + C$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x + \cos 4x$ là:

A. $-\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$. B. $3\cos 3x - 4\sin 4x + C$.
C. $\frac{1}{3}\cos 3x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$. D. $-\frac{1}{3}\cos x + \frac{1}{4}\sin x + C$.

Câu 16. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 3. B. 7. C. 1. **D.** -7.

Giải

$$\int_1^3 f(x).dx = \int_1^2 f(x).dx + \int_2^3 f(x).dx$$

$$\Rightarrow \int_1^2 f(x).dx = \int_1^3 f(x).dx - \int_2^3 f(x).dx = -3 - 4 = -7$$

Chọn **D**

Câu 17. Cho biết $\int_0^\pi (x + \cos x)^2 dx = \frac{\pi^3}{a} + \frac{\pi}{b} - c$; với a, b, c là những

số nguyên dương. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. 11. B. 10. C. 9. D. 12.

Giải

$$\begin{aligned} \int_0^\pi (x + \cos x)^2 .dx &= \int_0^\pi x^2 .dx + \int_0^\pi 2x .\cos x .dx + \int_0^\pi \cos^2 x .dx \\ &= \frac{\pi^3}{3} - 4 + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 3, b = 2, c = 4$. Vậy $T = 9$. Chọn **C**

Câu 18. Cho số phức $z = 3 - 2i + (1 - 4i)i$. Phần thực của số phức $(i-1).\bar{z}$ bằng:

A. 8. B. 6. C. -8. D. -6.

Giải

$z = 3 - 2i + (1 - 4i)i = 7 - i$ suy ra $(i-1).\bar{z} = -8 + 6i$. Chọn **C**

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$. B. $-5i$. **C.** $5 - 5i$. D. $-1 + i$.

Câu 20. Cho số phức $z = -4 + 5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ

- A. $(4; 5)$ **B.** $(-4; 5)$. C. $(-4; -5)$. D. $(4; -5)$.

Câu 21. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5.
Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. 10. **B.** 30. C. 90. D. 15.

Câu 22. Tính thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh 5 và $BB' = 6$

- A. 30. **B.** 150. C. 100. D. 10.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $V = \pi r h$. **B.** $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm.
Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $26\pi \text{ cm}^2$. B. $22\pi \text{ cm}^2$. **C.** $24\pi \text{ cm}^2$. D. $20\pi \text{ cm}^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$.
Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2; 0; 8)$. B. $I(2; -2; -1)$. C. $I(-2; 2; 1)$. **D.** $I(1; 0; 4)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-3; 0; 1), R = 5$. B. $I(3; 0; -1), R = \sqrt{5}$. **C.** $I(-3; 0; 1), R = \sqrt{5}$. D. $I(3; 0; -1), R = 5$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến.

- A. $2x - 4y - z + 10 = 0$. B. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. **C.** $2x - 4y - z - 12 = 0$. D. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1); B(-1; 1; 0); C(1; 3; 2)$.

Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vector $\vec{a}$ nào dưới đây là một vector chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{a} = (-2; 2; 2)$. C. $\vec{a} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

Giải

Ta có $M(0; 2; 1)$ là trung điểm của đoạn BC

Đường trung tuyến AM có vtcp là $\vec{AM} = (-1; 1; 0)$. Chọn **D**

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là lẻ bằng

- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{40}{81}$. C. $\frac{16}{81}$. D. $\frac{1}{2}$.

Giải

Tổng số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau là $9.9.8 = 648$

$$n(\Omega) = C_{648}^1 = 648$$

Gọi A là biến cố: “số được chọn có tổng các chữ số là lẻ”

Trường hợp 1: số được chọn chứa 3 chữ số lẻ. Số cách chọn là $C_5^3.3! = 60$

Trường hợp 2: số được chọn chứa 2 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ.

* Nếu trong 2 chữ số chẵn không có chữ số 0 thì số cách chọn là $C_4^2 C_5^1.3! = 180$

* Nếu trong 2 chữ số chẵn có chữ số 0 thì số cách chọn là $1.C_4^1 C_5^1.3! - 1.C_4^1.C_5^1.2! = 80$

Suy ra $n(A) = 60 + 180 + 80 = 320$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{320}{648} = \frac{40}{81}$. Chọn **B**

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 3x^2 + 4$. **C.** $y = x^3 + x - 5$. D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

Tính giá trị $M - m$.

A. $M - m = -\frac{9}{4}$. B. $M - m = 3$. C. $M - m = \frac{9}{4}$. D. $M - m = \frac{1}{4}$.

Giải

$f(0) = -1, f(3) = \frac{5}{4} \Rightarrow M = \frac{5}{4}, m = -1 \Rightarrow M - m = \frac{9}{4}$. Chọn **C**

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

A. $[0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $\mathbb{R}$ D. $(1; +\infty)$.

Giải

$2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$. Chọn **A**

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 4]$, $f(4) = 2021$, $\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2020$.

Tính $f(-1)$?

A. $f(-1) = -1$. B. $f(-1) = 1$. C. $f(-1) = 3$ D. $f(-1) = 2$.

Giải

$\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2020 \Leftrightarrow f(4) - f(-1) = 2020 \Rightarrow f(-1) = f(4) - 2020 = 2021 - 2020 = 1$.

Chọn **B**

Câu 34. Cho số phức $(1-i)z = 4 + 2i$. Tìm môđun của số phức $w = z + 3$.

A. 5. B. $\sqrt{10}$. C. 25. D. $\sqrt{7}$.

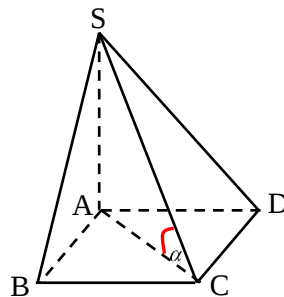
Giải

$(1-i)z = 4 + 2i \Leftrightarrow z = 1 + 3i \Rightarrow w = z + 3 = 4 + 3i \Rightarrow |w| = 5$. Chọn **A**

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. B. $\alpha = 75^\circ$. C. $\tan \alpha = 1$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Giải



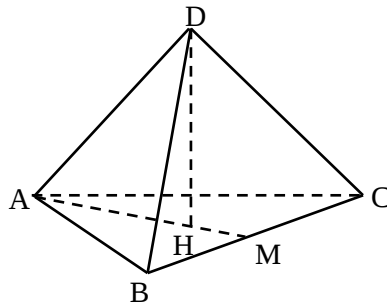
$SA \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SC và $AC \Rightarrow \widehat{SCA} = \alpha$

$AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$. ta có $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Chọn **A**

Câu 36. Cho tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$. Đường cao của khối tứ diện đã cho là:

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $a\sqrt{2}$.

Giải



Xét tứ diện đều ABCD, gọi M là trung điểm của cạnh BC. Dựng DH vuông góc với mp(ABC)

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}a = \frac{3a}{2}$$

Tam giác ABC đều, suy ra

$$AH = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$$

Tam giác ADH vuông tại H suy ra $DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$. Chọn **D**

Câu 37. Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 - (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2^2$.

Câu 38. Trong không gian Oxyz, đường thẳng đi qua 2 điểm $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$ có phương trình chính tắc

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$g(x) = f(4x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3})$ trên đoạn $[1; 3]$.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$		5	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -3 $-\infty$

- A. $\frac{25}{3}$. B. 15. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

Giải

$$g(x) = f(4x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3})$$

$$\text{Suy ra } g'(x) = f'(4x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}) \cdot (4 - 2x + x^2 - 6x + 8) = 2(2 - x) \left[f'(4x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}) \right]$$

$$\forall x \in [1; 3] \Rightarrow 3 \leq 4x - x^2 \leq 4 \Rightarrow f'(4x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}) > 0$$

$$\text{Mặt khác } \frac{4-x}{2} > 0 \quad \forall x \in [1; 3]$$

$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ là nghiệm duy nhất trên đoạn } [1; 3]$$

$$\begin{cases} g(1) = f(3) + \frac{17}{3} < f(4) + \frac{17}{3} = 5 + \frac{17}{3} = \frac{32}{3} \\ g(3) = f(3) + \frac{19}{3} < f(4) + \frac{19}{3} = 5 + \frac{19}{3} = \frac{34}{3} \\ g(2) = f(4) + 7 = 5 + 7 = 12 \end{cases}$$

$\Rightarrow g_1 < g_2$; $g_3 < g_2$. Vậy $\max_{1 \leq x \leq 3} g(x) = 12$ tại $x = 2$. Chọn **D**

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 55.

B. 28.

C. 29.

D. 56.

Giải

Với mọi $x \in \mathbb{Z}$ ta có $x^2 \geq x$. Xét hàm số $f(y) = \log_3(x + y) - \log_4(x^2 + y)$.

Tập xác định $D = (-x; +\infty)$ (do $y > -x \Rightarrow y > -x^2$); $f'(y) = \frac{1}{(x+y)\ln 3} - \frac{1}{(x^2+y)\ln 4} > 0, \forall y \in D$

(do $x^2 + y \geq x + y > 0, \ln 4 > \ln 3$) $\Rightarrow f$ tăng trên D .

Ta có $f(-x+1) = \log_3(x - x + 1) - \log_4(x^2 - x + 1) \leq 0$.

Có không quá 242 số nguyên y thỏa $f(y) \leq 0 \Leftrightarrow f(-x+243) > 0 \Leftrightarrow \log_3 243 - \log_4(x^2 - x + 243) > 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x + 243 - 4^5 < 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 781 < 0 \Leftrightarrow -27,5 \leq x \leq 28,5$ Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-27, -26, \dots, 28\}$

Vậy có $28 - (-27) + 1 = 56$ số nguyên x thỏa. Chọn **D**

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4, & x \geq 0 \\ x^2 - 4, & x < 0 \end{cases}$. Tích phân $\int_{-\pi}^0 f(2 \cos x - 1) \sin x dx$ bằng

A. $-\frac{27}{8}$.**B.** $\frac{27}{8}$ C. $-\frac{27}{4}$.D. $\frac{27}{4}$.**Giải**

Đặt $t = 2 \cos x - 1$ suy ra $dt = -2 \sin x dx$

Đổi cận $x = -\pi \Rightarrow t = -3; x = 0 \Rightarrow t = 1$.

$$\begin{aligned} I &= -\frac{1}{2} \int_{-3}^1 f(t) dt = -\frac{1}{2} \left(\int_{-3}^0 f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt \right) \\ &= -\frac{1}{2} \left(\int_{-3}^0 (t^2 - 4) dt + \int_0^1 (t^3 - 4) dt \right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{27}{4} \right) = \frac{27}{8} \end{aligned}$$

Chọn **B**

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn: $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$. Tính $2a+b$.

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 3.**Giải**

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

$$\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z-1| = |z-i| \Leftrightarrow |(a-1)+bi| = |a+(b-1)i|$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow a = b$$

$$\text{Ta có: } \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z-3i| = |z+i| \Leftrightarrow |a+(b-3)i| = |a+(b+1)i|$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow a = 1$$

Vậy số phức $z = 1+i$ suy ra $a = 1; b = 1 \Rightarrow 2a + b = 3$

Chọn **D**

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

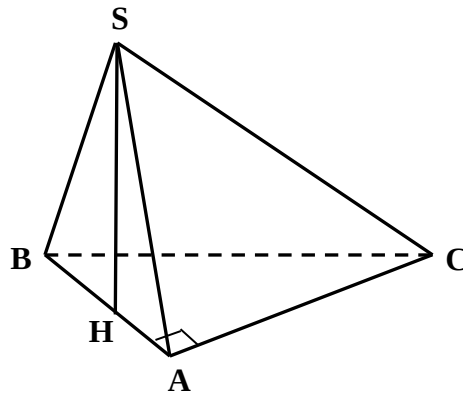
A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Giải

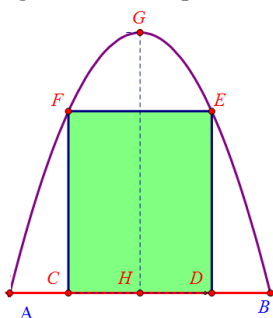


Gọi H là trung điểm của cạnh AB , tam giác ABC đều suy ra $SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

$$SH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}. \text{ Chọn } \mathbf{C}$$

Câu 44. Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4\text{m}$, chiều rộng $AB = 4\text{m}$, $AC = BD = 0,9\text{m}$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm giá là 1200000đồng/m², còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000đồng/m².



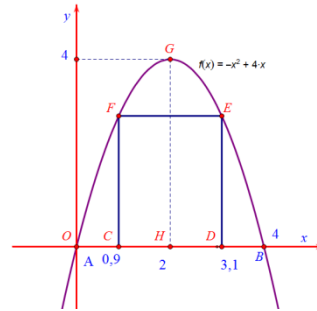
Hỏi tổng chi phí để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 11445000(đồng). **B.** 7368000(đồng). **C.** 4077000(đồng). **D.** 11370000(đồng)

Giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh

$G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 2^2a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Nên phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

$$\text{Diện tích của cả công là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \approx 10,67(\text{m}^2).$$

$$\text{Chiều cao } CF = DE = f(0,9) = 2,79(\text{m}).$$

$$CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2(\text{m}).$$

$$\text{Diện tích hai cánh công là } S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \approx 6,14(\text{m}^2).$$

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = 10,67 - 6,14 \approx 4,53(\text{m}^2).$$

$$\text{Tiền hai cánh công xấp xỉ là } 6,14 \cdot 1200000 = 7368000(\text{đ}).$$

$$\text{Tiền làm phần xiên hoa xấp xỉ là } 4,53 \cdot 900000 = 4077000(\text{đ}).$$

Vậy tổng chi phí là xấp xỉ 11445000 đồng. Chọn **A**

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ vuông góc với } d \text{ đồng thời cắt } \Delta_1, \Delta_2 \text{ tương ứng tại } H, K$$

sao cho $HK = \sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$.

Giải

$$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t), K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1). \text{ Đường thẳng } d \text{ có một VTCP là } \vec{u}_d = (1; 1; -2).$$

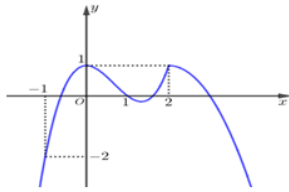
$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3).$$

$$\text{Ta có } HK = \sqrt{27} \Leftrightarrow \sqrt{(-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{27} \Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 = 0.$$

$$\Rightarrow t = -1 \text{ Khi đó } \overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3) = -3(1; 1; 1), H(1; -1; 0).$$

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. Chọn **A**

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(1) < 0$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = \left| f(x^2) - \frac{x^6}{3} + x^4 - x^2 \right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

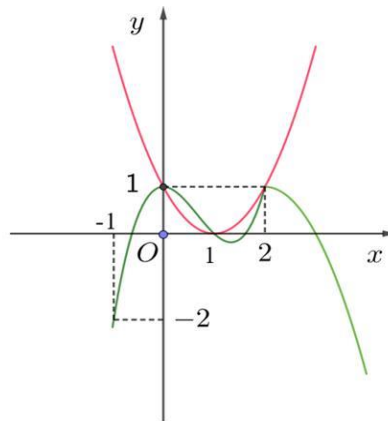
Giải

$$\text{Ta có: } h(x) = f(x^2) - \frac{x^6}{3} + x^4 - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2x \left[f'(x^2) - (x^4 - 2x^2 + 1) \right]$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\left[f'(x^2) - (x^4 - 2x^2 + 1) \right]}_{k(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = (x^2)^2 - 2x^2 + 1 (*) \end{cases}$$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$, phương trình (*) trở thành $f'(t) = t^2 - 2t + 1$ (**).

Vẽ thêm đồ thị hàm số $x^2 - 2x + 1$ trên đồ thị $f'(x)$ đề cho.



$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có } (**) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0, \text{ (nghiệm kép bậc chẵn)} \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

Theo đồ thị ta thấy qua điểm $t = 2$, đồ thị parabol nằm trên đường $f'(x)$ hay nói cách khác, dấu của biểu thức không bị đổi qua điểm này.

Vì vậy trong bảng biến thiên có thể bỏ qua xét tại hai điểm này.

Còn $x = 0$ trở thành nghiệm bội lẻ của phương trình $h'(x) = 0$, do đó ta vẫn xét.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$h(x)$					
$g(x)$					

(Do $f(1) - \frac{1}{3} < 0$, nên lấy đối xứng qua Ox ta được bảng biến thiên của $g(x)$)

Chọn **B**

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2020; 2020)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 1$ với a, b là các số thực lớn hơn 1?

A. vô số.

B. 2020.

C. 2019.

D. 1.

Giải

Đặt $t = \sqrt{\log_a b}$ vì $a, b \in (1; +\infty)$ nên $t > 0$. Suy ra $\begin{cases} b = a^{t^2} \\ \sqrt{\log_b a} = \frac{1}{t} \end{cases}$

Bất phương trình trở thành $2a^t - (a^{t^2})^{\frac{1}{t}} > mt + 1 \Leftrightarrow a^t > mt + 1$. Để bất phương trình

$2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 1$ đúng với a, b là các số thực lớn hơn 1 thì $m < \frac{a^t - 1}{t}$ với mọi $t > 0$.

Xét hàm $f(t) = \frac{a^t - 1}{t}$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{ta^t \ln a - a^t + 1}{t^2}$.

• $g(t) = ta^t \ln a - a^t + 1$ trên $[0; +\infty)$. Đạo hàm $g'(t) = ta^t \ln^2 a > 0, \forall t > 0$.

• Suy ra $g(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ nên $g(t) > g(0) = 0, \forall t > 0$.

Suy ra $f'(t) > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

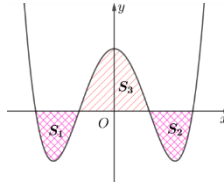
Ta có bảng biến thiên sau

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		$+$
$f(t)$	$\ln a$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq \ln a$. Do đúng với mọi $a > 1$ và m là số nguyên thuộc $(-2020; 2020)$ nên $m \in \{-2019; -2018; \dots; 0\}$.

Chọn **B**

Câu 48. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng nằm dưới trục Ox và S_3 là diện tích hình phẳng nằm trên trục Ox được tạo bởi (C_m) với trục Ox . Biết rằng tồn tại duy nhất giá trị $m = \frac{a}{b}$ với $(a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) để $S_1 + S_2 = S_3$. Giá trị $2a - b$ bằng:



A. 3.

B. -4.

C. 6.

D. -2.

Giải

♦Giả sử k là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$

$$\text{hay } k^4 - 3k^2 + m = 0 \Leftrightarrow k^4 - 3k^2 = -m \quad (1)$$

♦để $S_1 + S_2 = S_3$ thì $\int_{-k}^k (x^4 - 3x^2 + m) dx = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_{-k}^k = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2k^5}{5} - 2k^3 + 2mk = 0 \Leftrightarrow \frac{k^4}{5} - k^2 + m = 0 \quad (\text{do } k > 0) \Leftrightarrow \frac{k^4}{5} - k^2 = -m \quad (2)$$

♦Từ (1); (2) suy ra $k^4 - 3k^2 = \frac{k^4}{5} - k^2 \Leftrightarrow 5k^4 - 15k^2 = k^4 - 5k^2 \Leftrightarrow 4k^4 - 10k^2 = 0$

$$\Leftrightarrow 2k^2(2k^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 = 0 \text{ (loại)} \\ k^2 = \frac{5}{2} \text{ (nhận)} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{5}{4}$$

♦Vậy $a = 5; b = 4 \Leftrightarrow 2a - b = 6$

Chọn **C**

Câu 49. Cho số phức z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình: $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i|$, thỏa mãn:

$|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị của biểu thức: $P = |z_1 + z_2|$ tương ứng bằng

A. 6.

B. 5.

C. $\sqrt{26}$.**D. 10.****Giải**

Trước hết ta tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn giả thiết:

$$|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i| \Leftrightarrow |i| \cdot |z - 3 - 6i| = |2z - 6 - 9i| \Leftrightarrow |z - 3 - 6i| = |2z - 6 - 9i| \quad (1).$$

Đặt $z = x + iy$ thay vào (1) ta được:

$$|x + iy - 3 - 6i| = |2(x + iy) - 6 - 9i| \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (2x - 6)^2 + (2y - 9)^2.$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C): $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1 \Leftrightarrow |z - z_0| = R$.

Trong đó: $z_0 = 3 + 4i$ và $R = 1$. Điểm $I(3; 4)$ là tâm của (C), I biểu diễn số phức $z_0 = 3 + 4i$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức z_1 và B là điểm biểu diễn số phức z_2 khi đó ta có:

$IA = IB = R = 1; AB = |z_1 - z_2| = 2 = 2R$. Suy ra AB là một đường kính của đường tròn (C) .

Khi đó ta có I là trung điểm của AB tức là: $z_1 + z_2 = 2z_0 = 6 + 8i$.

Suy ra: $P = |z_1 + z_2| = 10$.

Chọn **D**

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 0; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

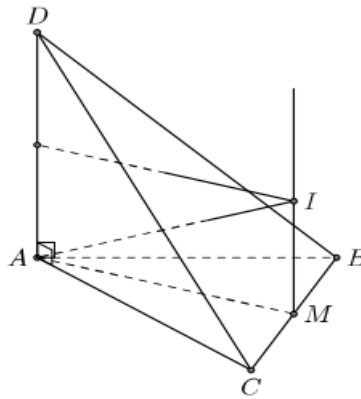
A. $\frac{64}{3}$.

B. 32.

C. 64.

D. $\frac{32}{3}$.

Giải



Đặt $AD = a, AB = b, AC = c$.

Khi đó, $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} abc$.

Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = 2\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên $IM \parallel AD$ và $IM = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} a$.

Xét tam giác AIM vuông tại M , ta có

$$AI^2 = AM^2 + IM^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 48$$

Suy ra $V_{ABCD}^2 = \frac{1}{36} a^2 b^2 c^2 \leq \frac{1}{36} \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^3}{27} = \frac{1024}{9}$ hay $V_{ABCD} \leq \frac{32}{3}$.

Chọn **D**